



مهدی شاکریان

نام آزمون: مثلثات مرور سریع ۳ شاکریان

تلفن سبقت: ۰۵۱۳۸۱۱۷

سایت: SEBGHATEBARTAR.COM

۱) اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{2-m}{m+1}$, $|x| < \frac{\pi}{4}$ باشد حدود تغییرات m چگونه است؟

۴) $m < -1$ یا $m > 2$

۳) $-1 < m < 2$

۲) $m > 2$

۱) $m < -1$

۲) ساده شده $\frac{(-\sin x + 1 - \cos x)(\sin x + 1 + \cos x)}{(\tan x + \cot x)}$ کدام است؟

۴) $2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

۳) $\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

۲) $-2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

۱) $-\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

۳) اگر $\tan 25^\circ = 0.48$ باشد حاصل عبارت $\frac{\sin 155^\circ - 3\cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2\sin 65^\circ}$ کدام است؟

۴) $-\frac{26}{19}$

۳) $-\frac{24}{19}$

۲) $-\frac{13}{19}$

۱) $-\frac{12}{19}$

۴) اگر $\cot x = -\frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟

۴) 0.78

۳) 0.82

۲) 0.23

۱) 0.18

۵) اگر $\tan \frac{x}{2} = 2$ باشد، حاصل $5\left(\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}\right)$ کدام است؟

۴) $\frac{5}{4}$

۳) ۱۵

۲) ۴

۱) ۲۰



۶ اگر دوره تناوب تابع $y = 2 \sin 3ax$ برابر $\frac{\pi}{6}$ باشد، نمودار تابع $y = \cos\left(\frac{x}{a}\right)$ در بازه $[0, 10\pi]$ چند بار محور طولها را قطع می‌کند؟

($a > 0$)

۳ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ دوره تناوب تابع $y = \sin^2 \frac{3x}{4} + \cos^2 \frac{2x}{3}$ کدام است؟

۱۲π (۴)

۳۶π (۳)

۳π (۲)

۴π (۱)

۸ جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sqrt{3}(\tan^2 x - 1) + 2 \tan x = 0$ کدام است؟

$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$ (۴)

$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$ (۳)

$x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ (۲)

$x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ (۱)

۹ مجموع جوابهای معادله ی مثلثاتی $2 \sin^3 x - \sin x = \cos 2x$ در بازه $[-\pi, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

$-\frac{3\pi}{4}$ (۴)

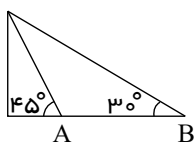
$-\frac{\pi}{2}$ (۳)

$-\frac{5\pi}{4}$ (۲)

۰ (۱)

۱۰ از نوک پرچمی دو کابل در نقاط مشخص شده و در یک طرف دیگر به زمین متصل شده اند. اگر ارتفاع تیر $2\sqrt{2}$ متر باشد فاصله ی دو نقطه کدام

است؟



$\sqrt{6} + \sqrt{2}$ (۲)

$2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ (۴)

$2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ (۱)

$2(\sqrt{6} + 2\sqrt{2})$ (۳)



پاسخنامه تشریحی

۱ ابتدا حدود کمان تانژانت را بدست می آوریم.

$$|x| < \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \rightarrow -\frac{\pi}{4} < -x < \frac{\pi}{4} \rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

یعنی کمان تانژانت در ناحیه ی اول قرار دارد و در ناحیه ی اول مثلثاتی تانژانت مثبت است یعنی:

$$\frac{2-m}{m+1} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccccccc} m & -\infty & -1 & 2 & +\infty \\ \hline \text{عبارت} & & - & + & 0 & - & \end{array} \rightarrow -1 < m < 2$$

۲ با توجه به اتحاد مزدوج داریم:

$$\frac{(-\sin x + 1 - \cos x)(\sin x + 1 + \cos x)}{(\tan x + \cot x)} = \frac{(1 - (\sin x + \cos x))(1 + (\sin x + \cos x))}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}}$$

$$= \frac{1 - (\sin x + \cos x)^2}{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}} = \frac{1 - (\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x)}{\frac{1}{\sin x \cos x}}$$

$$= \frac{1 - (1 + 2 \sin x \cos x)}{\frac{1}{\sin x \cos x}} = \frac{-2 \sin x \cos x}{\frac{1}{\sin x \cos x}} = -2 \sin^2 x \cos^2 x$$

۳ تمام زوایا را بر حسب 25° می نویسیم.

$$\frac{\sin 155^\circ - 3 \cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2 \sin 65^\circ} = \frac{\sin(\pi - 25) - 3 \cos(\frac{5\pi}{4} - 25)}{\cos(\frac{5\pi}{4} + 25) - 2 \sin(\frac{\pi}{4} - 25)} = \frac{\sin 25 + 3 \sin 25}{\sin 25 - 2 \cos 25} = \frac{4 \sin 25}{\sin 25 - 2 \cos 25}$$

$$\text{صورت و مخرج کسر را بر } \cos 25 \text{ تقسیم می کنیم: } \frac{4 \tan 25}{\tan 25 - 2} = \frac{4(0.48)}{0.48 - 2} = \frac{1.92}{-1.52} = -\frac{192}{152} = -\frac{24}{19}$$

۴

می دانیم که $\sin^4 a + \cos^4 a = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2a$ و $\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a}$

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin 2x} \rightarrow -3 - \frac{1}{3} = \frac{2}{\sin 2x} \rightarrow \frac{-10}{3} = \frac{2}{\sin 2x} \rightarrow \sin 2x = -\frac{3}{5}$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{9}{25} \right) = 1 - \frac{9}{50} = \frac{41}{50} = 0.82$$

۵

می دانیم: $1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2}$, $1 + \cos u = 2 \cos^2 \frac{u}{2}$

$$\Delta \left(\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \right) = \Delta \left(\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} \right) = \Delta \tan^2 \frac{x}{2} = \Delta(4) = 20$$

۶

دوره تناوب تابع $y = k \sin(ax + b) + c$ به صورت $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است.

$$y = 2 \sin 3ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|3a|} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow a = 4$$

$$y = \cos \frac{x}{4} = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} \frac{x}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = 4k\pi + 2\pi \rightarrow x = 2\pi, 6\pi, 10\pi$$

۷ توان فرد روی دوره تناوب تأثیر ندارد ولی توان زوج دوره تناوب را نصف می کند و می دانیم دوره تناوب $y = \sin ax$ و $y = \cos ax$ از رابطه $T = \frac{2\pi}{|a|}$ به دست می آید.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \sin \frac{3}{4}x \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{4\pi}{3} \\ g(x) = \cos \frac{2}{3}x \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi = \frac{9\pi}{3} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ک م م}} T = \frac{36\pi}{3} = 12\pi$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۸

می دانیم: $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

$$\sqrt{3}(\tan^2 x - 1) + 2 \tan x = 0 \rightarrow 2 \tan x = \sqrt{3}(1 - \tan^2 x)$$

$$\rightarrow \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3} \Rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹ می دانیم $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ است.

$$2 \sin^2 x - \sin x - \cos 2x = 0 \rightarrow \sin x(2 \sin^2 x - 1) - \cos 2x = 0$$

$$\rightarrow -\sin x \cos 2x - \cos 2x = 0 \rightarrow \cos 2x(-\sin x - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \xrightarrow{\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}} 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \sin x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

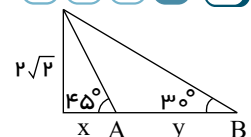
اگر در هر دو جواب به دست آمده به k عدد دهیم مقادیر $-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$ به دست می آید که مجموع آن ها $-\frac{5\pi}{4}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\tan 45^\circ = \frac{2\sqrt{2}}{x} \rightarrow 1 = \frac{2\sqrt{2}}{x} \rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{2}}{x+y} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{x+y} \rightarrow x+y = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{پس: } x+y = 2\sqrt{6} \rightarrow 2\sqrt{2} + y = 2\sqrt{6} \rightarrow y = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---